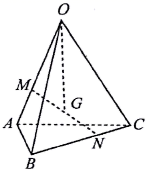
**第一章 空间向量与立体几何（A）**

**一、单选题**

1．如图在四面体中，，分别在棱，上且满足，，点是线段的中点，用向量，，表示向量应为（ ）



A． B．

C． D．

2．已知空间三点，，在一条直线上，则实数的值是（ ）

A．2 B．4 C．-4 D．-2

3．长方体中，为棱的中点，则直线与平面所成角的余弦值为（ ）

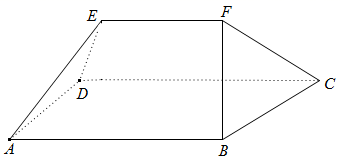
A． B． C． D．

4．已知平面内有一点，平面的一个法向量为，则下列点*P*中，在平面内的是（ ）

A． B．

C． D．

5．我国古代数学名著《九章算术》中记载的“刍甍”（*chumeng*）是底面为矩形，顶部只有一条棱的五面体.如下图五面体是一个刍甍，其中四边形为矩形，其中，，与都是等边三角形，且二面角与相等，则长度的取值范围为（ ）

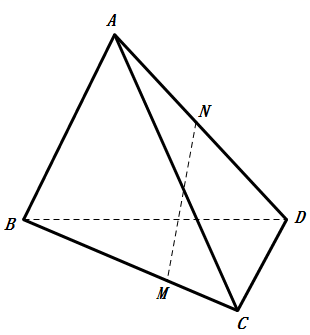


A．（2,14） B．（2,8） C．（0,12） D．（2,12）

6．在正方体中，在正方形中有一动点*P*，满足，则直线与平面所成角中最大角的正切值为（ ）

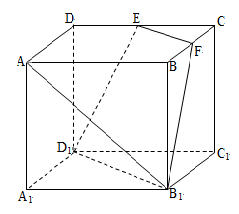
A．1 B． C． D．

7．已知在四面体中，点是棱上的点，且，点是棱的中点，若其中为实数，则的值是（ ）



A． B． C．－2 D．2

8．如图，在正方体*ABCD*﹣*A*1*B*1*C*1*D*1中，*E*，*F*分别是上底棱的中点，*AB*1与平面*B*1*D*1*EF*所成的角的大小是（　　）



A．30° B．45° C．60° D．90°

**二、多选题**

9．已知为直线的方向向量分别为平面的法向量(不重合)，那么下列说法中，正确的有（ ）

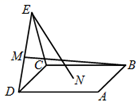
A． B．

C． D．

10．已知，,且与夹角为，则的取值可以是（ ）

A．17 B．-17 C．-1 D．1

11．如图，点*N*为正方形*ABCD*的中心，△*ECD*为正三角形，平面*ECD*⊥平面*ABCD*，*M*是线段*ED*的中点，则（　　）



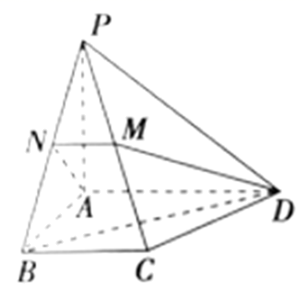
A．直线*BM*，*EN*是相交直线

B．直线*EN*与直线*AB*所成角等于90°

C．直线*EC*与直线*AB*所成角等于直线*EC*与直线*AD*所成角

D．直线*BM*与平面*ABCD*所成角小于直线*EN*平面*ABCD*所成角

12．如图，在四棱锥*P*-*ABCD*中，底面为直角梯形，，，底面*ABCD*，且，*M*、*N*分别为*PC*、*PB*的中点.则（ ）



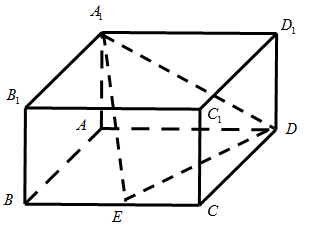
A． B． C．平面*ANMD* D．*BD*与平面*ANMD*所在的角为30°

**三、填空题**

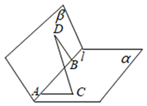
13．已知，1，，，0，，则\_\_．

14．已知向量若，则实数*x*的值是\_\_\_．

15．在长方体*ABCD*﹣*A*1*B*1*C*1*D*1中，*AB*＝1，*AD*＝2，*AA*1＝1，*E*为*BC*的中点，则点*A*到平面*A*1*DE*的距离是\_\_\_\_\_\_．

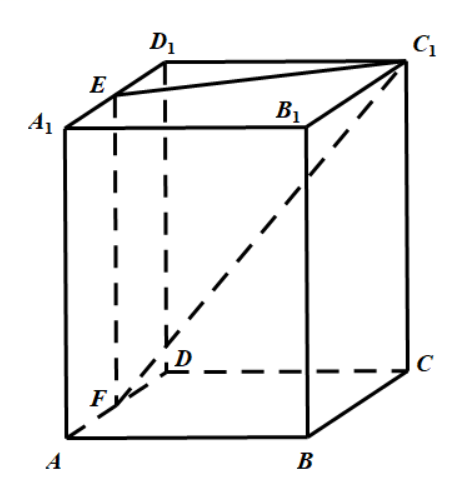


16．如图：二面角α﹣*l*﹣β等于120°，*A*、*B*是棱*l*上两点，*AC*、*BD*分别在半平面α、β内，*AC*⊥*l*，*BD*⊥*l*，*AB*＝*AC*＝*BD*＝1，则*CD*的长等于\_\_．



**四、解答题**

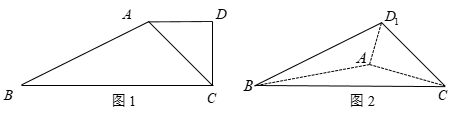
17．如图，在长方体中，，，为的中点. 平面与棱交于点.



（1）证明：平面；

（2）点为棱上一点，且，求直线与平面所成角的大小.

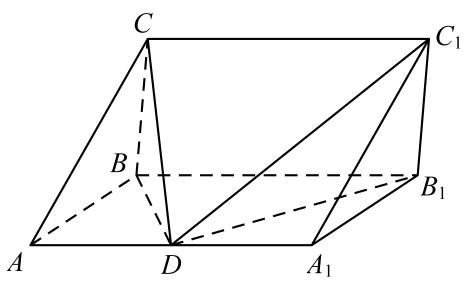
18．如图1，在四边形*ABCD*中，*AD*∥*BC*，∠*D*＝90°，*BC*＝3，*AD*＝*DC*＝1．把△*ACD*沿着*AC*翻折至△*ACD*1的位置，*D*1∉平面*ABC*，连结*BD*1，如图2．



（1）当*BD*1＝2时，证明：平面*ACD*1⊥平面*ABD*1；

（2）当三棱锥*D*1﹣*ABC*的体积最大时，求点*B*到平面*ACD*1的距离，

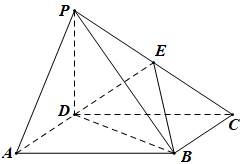
19．如图，在三棱柱*ABC*﹣*A*1*B*1*C*1中，*AA*1＝2*AB*＝2，，*D*为*AA*1的中点，点*C*在平面*ABB*1*A*1内的射影在线段*BD*上．



（1）求证：*B*1*D*⊥平面*CBD*；

（2）若△*CBD*是正三角形，求二面角*C*1﹣*BD*﹣*C*的余弦值．

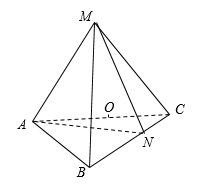
20．如图，在四棱锥中，底面*ABCD*是正方形，*PD*⊥底面*ABCD*，点*E*是*PC*的中点．



（1）求证：平面；

（2）若，求二面角的余弦值．

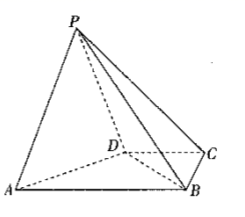
21．已知三棱锥中，，，为中点，点在棱上，且.



（1）证明：平面；

（2）求二面角的余弦值.

22．如图,在四棱锥中,侧面底面,底面为梯形，



(1)证明:;

(2) 若为正三角形,求二面角的余弦值.

**参考答案**

1．A

【解析】解：∵在四面体中，分别在棱、上，且满足，

，点是线段的中点，

∴.

故选：*A*.

2．C

【解析】解：因为空间三点，，在一条直线上，

所以 ,

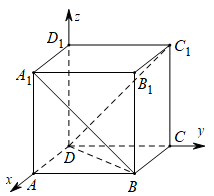
故.

所以 .

故选：C.

3．A

【解析】根据题意，建立如图所示直角坐标系：



则：

设平面的法向量为

则可得：

取

则 =

设直线与平面的夹角为

则，.

故选：A.

4．A

【解析】解：设平面内一点，则：

，

是平面的法向量，

，，

由得

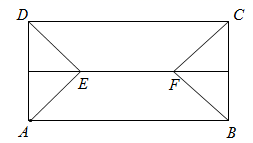


把各选项的坐标数据代入上式验证可知适合．

故选：．

5．A

【解析】由于与都是等边三角形，且边长为，故高为.当和趋向于时，，如下图所示.



当和趋向于时，，如下图所示.



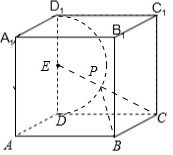
所以的取值范围是.

故选：A

6．D

【解析】正方体中,正方形内的点*P*满足

可知是平面内,以为直径的半圆上一点,设圆心为E,如下图所示:



当直线与平面所成最大角时,点位于圆心E与C点连线上

此时取得最小值.

则即为直线与平面所成的角

设正方体的边长为2,则,

所以

故选:D

7．B

【解析】

故

故选：

8．B

【解析】以*D*1为坐标原点，*D*1*A*1，*D*1*C*1，*D*1*D*为*x*，*y*，*z*轴建立空间直角坐标系，

则，

所以,

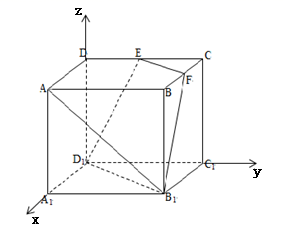
设平面*D*1*B*1*E*的法向量为，则，可取，

又，

设*AB*1与平面*B*1*D*1*EF*所成的角为，则，

故*AB*1与平面*B*1*D*1*EF*所成的角为．

故选：*B*．



9．AB

【解析】*∵*平面不重合，

*∴*平面的法向量平行(垂直)等价于平面平行(垂直)，*∴*AB正确;

直线的方向向量平行(垂直)于平面的法向量等价于直线垂直(平行)于平面，*∴*CD都错误*.*

故选AB.

10．AC

【解析】解:因为,

且，,与夹角为.

所以,

解得或.

故选:AC

11．ABD

【解析】解：∵点*N*为正方形*ABCD*的中心，△*ECD*为正三角形，平面*ECD*⊥平面*ABCD*，*M*是线段*ED*的中点，

∴*BM*⊂平面*BDE*，*EN*⊂平面*BDE*，

∵*BM*是△*BDE*中*DE*边上的中线，*EN*是△*BDE*中*BD*边上的中线，

∴直线*BM*，*EN*是相交直线，故A正确；

取*CD*中点*G*，连接*NG*，可知*NG*⊥*CD*，则*EN*⊥*CD*，

又*AB*∥*CD*，∴*EN*⊥*AB*，即直线*EN*与直线*AB*所成角等于90°，故B正确；

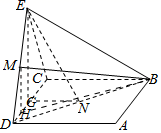
由题意，∠*ECD*＝60°为直线*EC*与直线*AB*所成角，由*AD*⊥平面*ECD*，可知直线*EC*与直线*AD*所成角为90°，

故C错误；

过*M*作*MH*⊥*CD*于*H*，连接*BH*，则∠*MBH*为直线*BM*与平面*ABCD*所成角，∠*ENG*为直*EN*平面*ABCD*所成角．

由图可知，直线*BM*与平面*ABCD*所成角小于直线*EN*平面*ABCD*所成角，故D正确．

故选：ABD．



12．CD

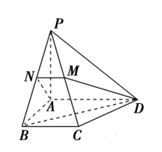
【解析】对A，若，又，则面，与底面*ABCD*矛盾，故A错误；

对B，若，则平面，则，在题中给出的直角梯形中，显然不可能，故B错误；

对*C*，，，所以平面*ANMD* ，故C正确；

对*D*，连接*DN*，因为平面*ADMN*，所以是*BD*与平面*ADMN*所成的角在中，，所以*BD*与平面*ADMN*所成的角为，故D正确；

故选：CD.



13．

【解析】，，

，

．

故答案为：．

14．﹣4或1．

【解析】解：因为向量，，，所以3（*x*﹣4）+2（*x*2+2）+3*x*＝0，整理得到*x*2+3*x*﹣4＝0，解得*x*＝﹣4或1．

故答案为：﹣4或1．

15．

【解析】在长方体在 ，

， ， ，

 ，

 ，

 ，

设点到平面的距离为，

 ，

解得： ，

故答案为：

16．2

【解析】∵*A*、*B*是棱*l*上两点，*AC*、*BD*分别在半平面α、β内，*AC*⊥*l*，*BD*⊥*l*，

，

因为，所以，

因为，

所以

故答案为：2

17．（1）证明见解析；（2）.

【解析】（1）由长方体的性质知：面面，

∵，且、面，

∴面，

∴平面.

（2）构建以*D*为原点，为*x、y、z*轴正方向的空间直角坐标系，则，，，，

∵平面与棱交于点，易知，而为的中点，

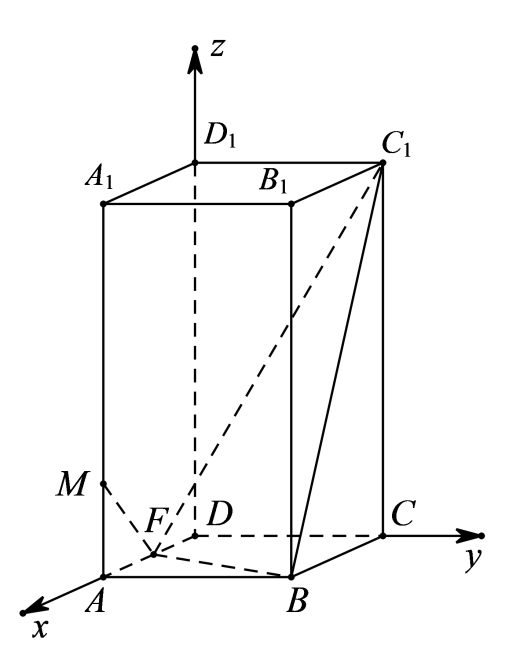
∴为中点，则，

∴，，，

若为面的一个法向量，则，令，即，

∴，又，则，

∴直线与平面所成角为.



18．（1）证明见解析；（2）．

【解析】（1）证明：在图1中，，则图2中，，

在△中，，，，可得，

又，平面，

平面，平面平面；

（2）解：当三棱锥的体积最大时，平面平面，

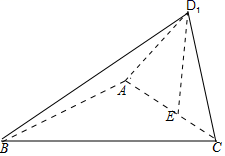
过作，则平面，并求得．

，．

设点到平面的距离为，

由，得，即．

故点到平面的距离为．



19．（1）证明见解析；（2）.

【解析】（1）证明：设点*C*在平面*ABB*1*A*1内的射影*E*，则*E*∈*BD*，*CE*⊂平面*CBD*，*CE*⊥平面*ABB*1*A*1，

因为*B*1*D*⊂平面*ABB*1*A*1，所以*CE*⊥*B*1*D*．

在△*ABD*中，*AB*＝*AD*＝1，，则，

在△*A*1*B*1*D*中，*A*1*B*1＝*A*1*D*＝1，，则，

故，故*BD*⊥*B*1*D*，

因*CE*∩*BD*＝*E*，故*B*1*D*⊥平面*CBD*．

（2）以*D*为坐标原点，，所在的直线分别为*x*，*y*轴正半轴建立如图所示的空间直角坐标系，

则*D*(0，0，0)，*B*(0，1，0)，*B*1()，

由△*CBD*是正三角形可知*C*()，∴*C*1()

∴，，，

∴平面*CBD*的一个法向量，

设面*C*1*BD*的法向量，

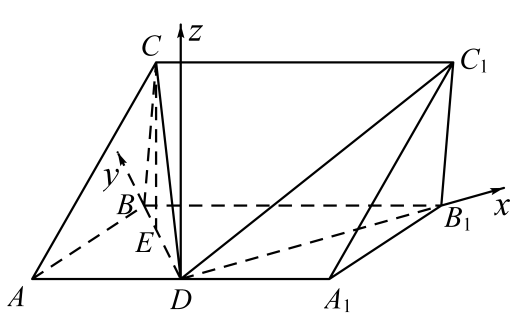
则，令，

得

∴，

由图可知二面角*C*1﹣*BD*﹣*C*的平面角为锐角，

∴二面角*C*1﹣*BD*﹣*C*的余弦值为．



20．（1）证明见解析；（2）

【解析】（1）证明：连接*AC*，与*BD*相交于*F*，连接*EF*．

∵底面*ABCD*是正方形，∴*F*为*AC*中点，

又*E*是*PC*的中点，∴，

∵平面，平面，

∴平面．

（2）∵*PD*⊥底面*ABCD*，平面，∴，

又∵底面*ABCD*是正方形，∴两两垂直.

以*D*为原点，分别为*x*，*y*，*z*轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系，

∵，∴，，，

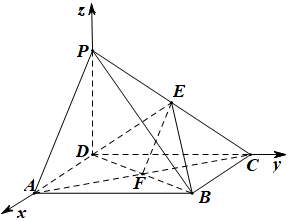
取平面的一个法向量，设平面的一个法向量为，

，，

可得，令，得，即，

∴.

∴二面角的余弦值为.



21．（1）证明见解析；（2）.

【解析】（1）证明：连接，，

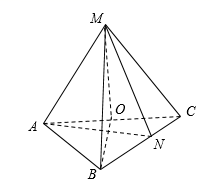
在三角形中：，，则，，.

在中：，为的中点，则，且.

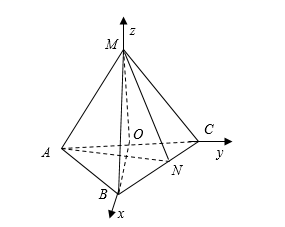
在中：，，，满足：

根据勾股定理逆定理得到，

故平面；



（2）因为，，两两垂直，建立空间直角坐标系如图所示.



因为，

则，，，，由所以，

设平面的法向量为，则





令，得.

因为平面，所以为平面的法向量，所以与所成角的余弦为.

所以二面角的余弦值为.

22．（1）证明见解析 （2）

【解析】（1）证明：因为，又底面为直角梯形



面底面

因为面底面,平面ABCD,

所以BD⊥平面

所以.

（2）如图所示，建立空间直角坐标系，

设平面的法向量为

所以，令

设平面的法向量为

令

设二面角的平面角为 .由图观察为钝角



